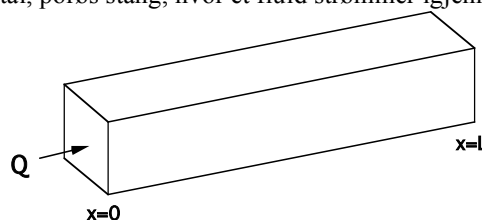


Analytiske løsning av den lineære diffusivitetstiligningen

Skissen nedenfor viser en horisontal, porøs stang, hvor et fluid strømmer igjennom:



Diffusivitetstiligningen som beskriver trykkfordelingen for én-dimensjonal strømning av én væske i et slikt horisontalt porøst medium, kan skrives som

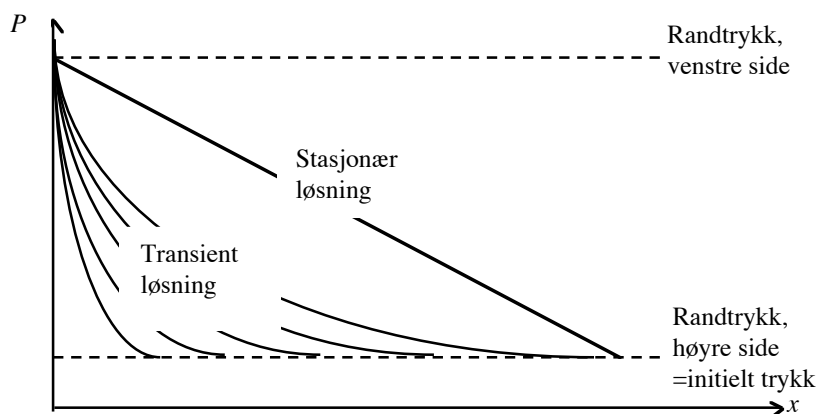
$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \left(\frac{\phi\mu c}{k}\right) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1)$$

hvor det er antatt konstant viskositet (μ), permeabilitet (k) og kompressibilitet (c).

For konstante endeflatetrykk, P_L på venstre side og P_R på høyre side, er den analytiske løsningen til denne ligningen

$$P(x, t) = P_L + (P_R - P_L) \left[\frac{x}{L} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2}{L^2} \frac{k}{\phi\mu c} t\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right] \quad (2)$$

Denne løsningen er illustrert nedenfor



Som det fremgår av ligning (2), går løsningen mot:

$$P(x, t) = P_L + (P_R - P_L) \frac{x}{L} \quad (3)$$

etter lang tid. Denne løsningen kalles en stasjonær løsning.

Opgave

- Lag et FORTRAN-program som løser for trykk som funksjon av posisjon (x) og tid (t) for det lineære systemet ved bruk av ligning (2). Skriv ut trykk til en fil for utvalgte verdier av x og t (velg verdier for x og t slik at plottene nedenfor blir bra)
- Kjør programmet for følgende datasettet (i Darcy-enheter):

$L=100 \text{ cm}$	$k=1,0 \text{ D}$	$P_0=1 \text{ atm}$
$A=10 \text{ cm}^3$	$\mu=1,0 \text{ cP}$	$P_R=1 \text{ atm}$
$\phi=0,25$	$c=0,0001 \text{ atm}^{-1}$	$P_L=2 \text{ atm}$
foreslåtte intervaller	x-retning:	0, 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 100 cm
	tid:	0,001 s intervaller

- Lag et 3-dimensjonalt plott av trykk vs. x og t .
- Når er trykkfordelingen for praktiske formål lik den stasjonære profilen (ligning 3)?